e-Learning tools for Electrical Engineering

Puteri

Tematica: *Circuite electrice*
→ ***Capitol:*** *Regim sinusoidal*
→ ***Secțiunea:***

Tip resursă: ☒ *Expunere* ☐ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

În acest capitol se vor defini succesiv, diferitele tipuri de puteri ce apar în regim sinusoidal. Pornind de la evoluția în timp a tensiunii la borne şi a curentului printr-un dipol electric, se va defini puterea instantanee, valoarea medie a acesteia corespunzând puterii active transferată circuitului. Pe baza amplitudinilor complexe ale tensiunii şi curentului, se vor defini puterea complexă şi puterea reactivă, evidențiindu-se relația dintre ele, cu ajutorul diagramei triunghiului puterilor. Conceptele prezentate se vor concretiza prin calcularea puterilor fiecărui element ideal din componența circuitelor electrice.

- cunoştințe anterioare necesare: Circuite în regim sinusoidal
- nivel: 1 - introductiv
- durata estimată: 30 minute
- autor: Maria José Resende
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Sergiu Ivanov

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunității Europene. Documentul de față nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

1. Putere instantanee şi putere activă

Se va considera un dipol, în figura de mai jos fiind reprezentate sensurile de referinţă ale curentului şi tensiunii corespunzătoare convenţiei de receptor.

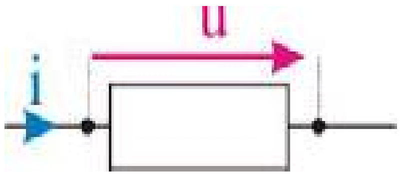


Figura 1 - Dipol electric; convenţia de receptor

Se consideră că tensiunea şi curentul sunt mărimi sinusoidale, descrise de expresiile:

$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_u) \qquad \text{şi} \qquad i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Se defineşte ca fiind **puterea instantanee**, $p(t)$, produsul valorilor instantanee ale tensiunii şi curentului:

$$p(t) = u(t)\, i(t) = \frac{U_M\, I_M}{2} \cos(\varphi_i - \varphi_u) + \frac{U_M\, I_M}{2} \sin(2\omega t + \varphi_i - \varphi_u)$$

Unitatea de măsură a puterii instantanee este watt [W].

Presupunând că mărimile sunt alternative sinusoidale, între valorile maxime şi efective există relaţiile:

$$U_M = \sqrt{2}\, U_{ef} \qquad \text{şi} \qquad I_M = \sqrt{2}\, I_{ef}$$

Puterea instantanee se poate scrie sub forma:

$$p(t) = U_{ef}\, I_{ef} \cos(\varphi_i - \varphi_u) + U_{ef}\, I_{ef} \sin(2\omega t + \varphi_i - \varphi_u),$$

în care se observă importanţa valorilor efective ale mărimilor alternative, pentru exprimarea puterii transmise în regim sinusoidal.

Pe baza relaţiei de mai sus, se poate afirma că puterea instantanee este reprezentată de o componentă sinusoidală, de amplitudine $U_{ef}\, I_{ef}$, care oscilează cu o pulsaţie dublă faţă de pulsaţiile tensiunii şi curentului, $U_{ef}\, I_{ef} \sin(2\omega t + \varphi_i - \varphi_u)$, în jurul unei valori medii egale cu $U_{ef}\, I_{ef} \cos(\varphi_i - \varphi_u)$.

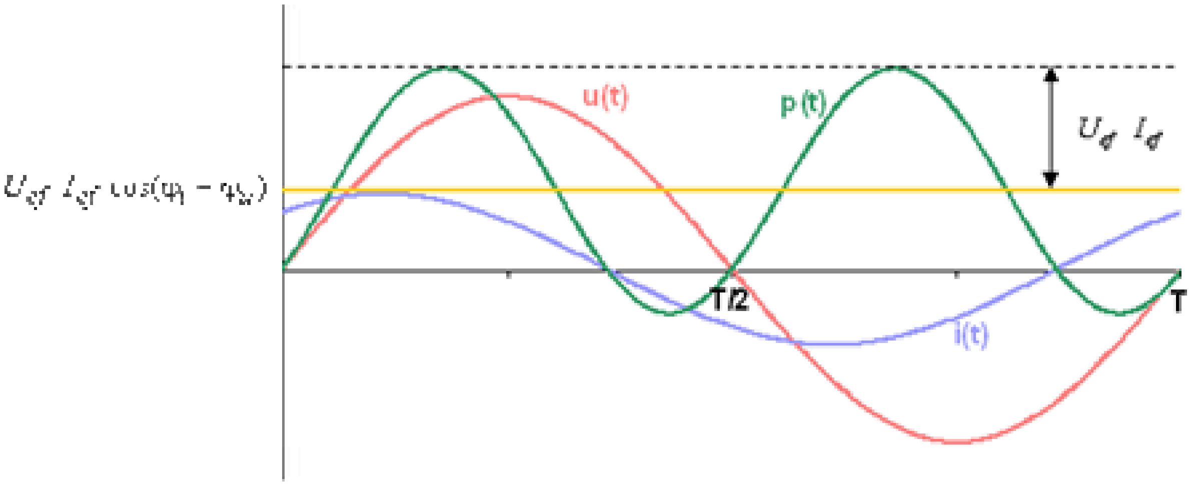


Figura 1 - Evoluțiile în timp ale tensiunii, curentului şi puterii instantanee

Se defineşte **puterea activă** sau **puterea reală**, P, ca fiind valoarea medie a puterii instantanee, pe o perioadă, sau pe un număr întreg de perioade:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\, dt = U_{ef}\; I_{ef} \cos(\varphi_i - \varphi_u)$$

Unitatea de măsură a puterii active este watt [W].

2. Putere complexă

Utilizând amplitudinile complexe ale tensiunii şi curentului dintr-un dipol, se defineşte **puterea complexă**, $\overline{S}$, ca fiind produsul dintre amplitudinea complexă a valorii efective a tensiunii şi complex-conjugatul amplitudinii complexe a valorii efective a curentului.

$$\overline{S} = \overline{U}_{ef}\; \overline{I}_{ef}^{\,*},$$

în care $\overline{I}_{ef}^{\,*}$ este complex-conjugatul lui $\overline{I}_{ef}$.

Ţinând cont că amplitudinile complexe sunt:

$$U_{ef}\, e^{j\varphi_u} \qquad \text{şi} \qquad I_{ef}\, e^{j\varphi_i},$$

puterea complexă se scrie sub forma:

$$\overline{S} = U_{ef}\; I_{ef}\, e^{-j(\varphi_u - \varphi_i)} = U_{ef}\; I_{ef} \cos\varphi + jU_{ef}\; I_{ef} \sin\varphi,$$

unde $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$.

În expresia de mai sus, se poate identifica primul termen ca fiind puterea activă (sau reală), P, definită anterior.

Prin analogie, se defineşte **puterea reactivă** (sau imaginară), ca fiind Q:

$$Q = U_{ef} \, I_{ef} \sin \varphi \, .$$

Unitatea de măsură a puterii reactive este volt-amper reactiv [VAR].

Astfel, puterea complexă poate fi scrisă sub forma:

$$\overline{S} = P + jQ \, ,$$

şi reprezentată grafic prin aşa-numitul **triunghi al puterilor**, reprezentat în figura de mai jos.

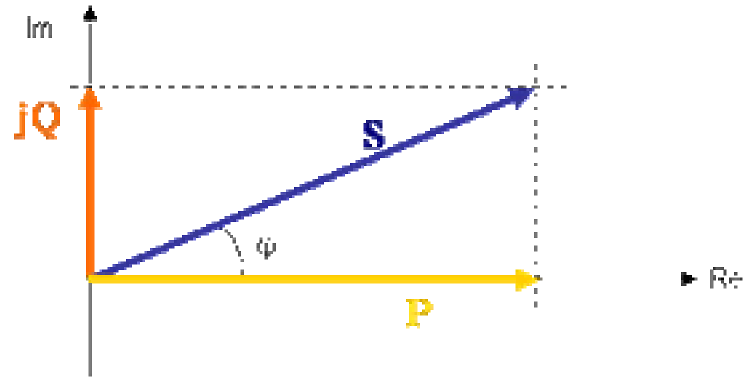


Figura 2 - Triunghiul puterilor

De observat că, atât puterea activă P, cât şi puterea reactivă Q, iau doar valori reale; puterea complexă este exprimată însă prin numere complexe.

Este important de observat faptul că, puterile activă, reactivă şi complexă **nu sunt fazori rotitori**, deoarece evoluțiile lor în timp nu sunt sinusoidale; chiar dacă tensiunea şi curentul sunt sinusoidale (pot fi reprezentate prin fazori rotitori), puterile activă, reactivă şi complexă au valori constante (deci nu pot fi reprezentate prin fazori rotitori).

Modulul puterii complexe, $U_{ef} \, I_{ef}$, se numeşte **putere aparentă**, se notează cu S şi se exprimă în volt-amper [VA].

Factorul de putere, fp, se defineşte ca fiind raportul dintre puterile activă şi aparentă:

$$fp = \frac{P}{S} \, .$$

Factorul de putere este o mărime adimensională, iar în cazul regimului sinusoidal, el este numeric, identic egal cu $\cos \varphi$.

În tabelul următor se sintetizează expresiile diferitelor mărimi definite în această secțiune.

Puterea complexă	$\underline{S}$	$\underline{U}_{ef}\,\underline{I}_{ef}^{*}$	-	-
Puterea aparentă	S	$U_{ef}\,I_{ef} = \sqrt{P^2+Q^2}$	volt-amper	[VA]
Puterea activă	P	$\mathrm{Re}\{\underline{S}\} = S\cos\varphi = U_{ef}\,I_{ef}\cos\varphi$	watt	[W]
Puterea reactivă	Q	$\mathrm{Im}\{\underline{S}\} = S\sin\varphi = U_{ef}\,I_{ef}\sin\varphi$	volt-amper reactiv	[VAR]
Factor de putere	fp	$\frac{P}{S}$	-	-

3. Puteri în elementele ideale

REZISTOR

În cazul particular al unui rezistor, tensiunea la borne şi curentul sunt în fază, rezultând că:

$$\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$$

Ținând cont de expresia puterii instantanee:

$$p(t) = U_{ef}\,I_{ef} + U_{ef}\,I_{ef}\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i),$$

rezultă că valoarea medie (puterea activă) este:

$$P = U_{ef}\,I_{ef}.$$

Ştiind că relația tensiune-curent pentru un rezistor este

$$u(t) = R\,i(t),$$

se obține, pentru valorile efective,

$$U_{ef} = R\,I_{ef},$$

care, înlocuită în expresia puterii instantanee, conduce la

$$p(t) = R\,(I_{ef})^2 + R\,(I_{ef})^2\cos(2\omega t + 2\varphi_u).$$

Grafic, evoluțiile în timp ale tensiunii, curentului, puterii instantanee şi a puterii active absorbite de un rezistor, sunt reprezentate în figura de mai jos, în care s-a considerat $\varphi_u = 0$.

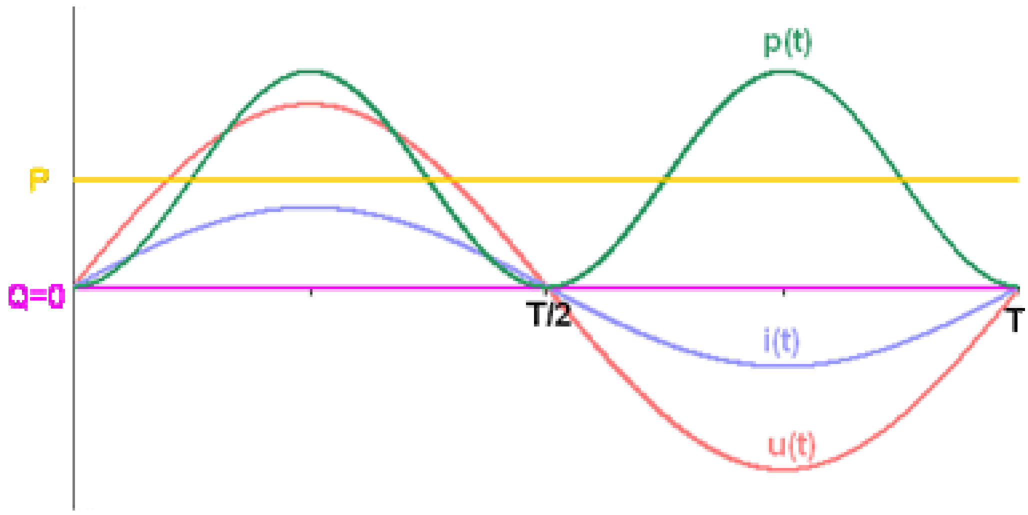


Figura 3 - $u(t)$, $i(t)$, $p(t)$, P şi Q absorbite de un rezistor

Cum, în cazul unui rezistor, $\varphi = 0$, rezultă:

$$\bar{S} = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot e^{j0} = U_{ef} \cdot I_{ef}$$

$$P = \mathrm{Re}\{\bar{S}\} = U_{ef} \cdot I_{ef}$$

$$Q = \mathrm{Im}\{\bar{S}\} = 0$$

$$fp = \frac{P}{S} = 1$$

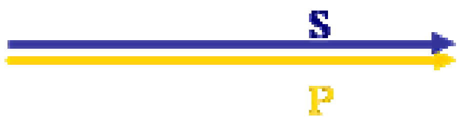


Figura 4 - Diagrama fazorială a puterilor absorbite de un rezistor

Deoarece s-a considerat convenția de receptor pentru un dipol, se poate conduziona că, un rezistor, absoarbe doar putere activă (numeric egală cu puterea aparentă). Un rezistor nu absoarbe putere reactivă.

INDUCTANȚĂ

În cazul particular al unei inductanțe, curentul este în urmă cu $\frac{\pi}{2}$ față de tensiunea la borne, rezultând deci,

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2},$$

respectiv, expresia puteri instantanee este

$$p(t) = U_{ef}\ I_{ef}\cos(2\omega t + 2\varphi_u - \frac{\pi}{2}),$$

a cărei valoare medie (puterea activă) este nulă.

Grafic, evoluțiile în timp ale tensiunii, curentului, puterii instantanee şi a puterii active absorbite de o inductanță, sunt reprezentate în figura de mai jos, în care s-a considerat $\varphi_u = 0$.

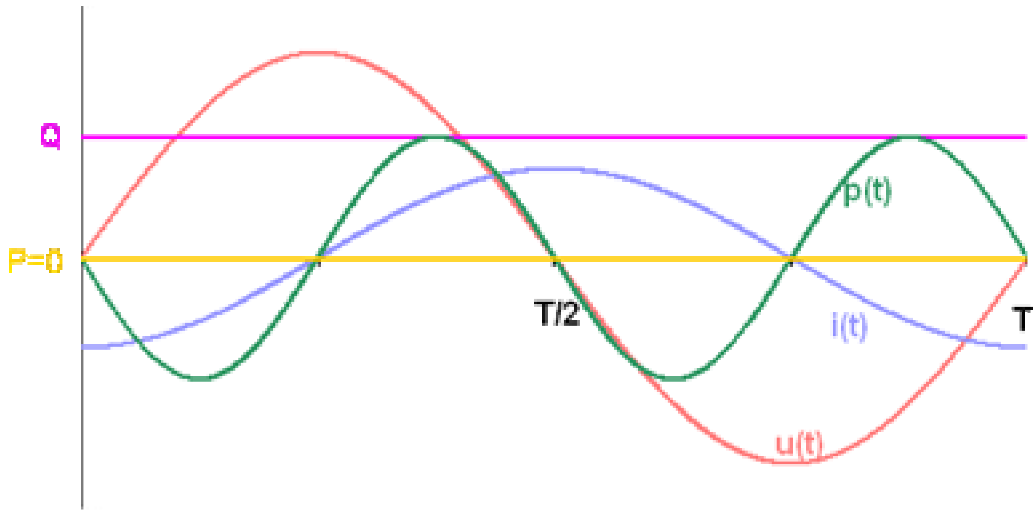


Figura 5 - $u(t)$, $i(t)$, $p(t)$, P şi Q absorbite de o inductanță

Cum, în cazul unei inductanțe, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, rezultă:

$$\underline{S} = U_{ef}\ I_{ef}\ e^{-j\frac{\pi}{2}} = 0 + jU_{ef}\ I_{ef}$$

$$P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = 0$$

$$Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\} = U_{ef}\ I_{ef}$$

$$fp = \frac{P}{S} = 0$$

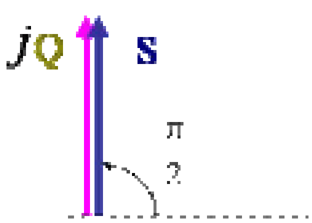


Figura 6 - Diagrama fazorială a puterilor absorbite de o inductanță

Deoarece s-a considerat convenția de receptor pentru un dipol, se poate conduziona că, o inductanță, absoarbe doar putere reactivă (numeric egală cu puterea aparentă). O inductanță nu absoarbe putere activă.

CONDENSATOR

În cazul particular al unui condensator, curentul este în față cu $\frac{\pi}{2}$ față de tensiunea la borne, rezultând deci,

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2},$$

respectiv, expresia puteri instantanee este

$$p(t) = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(2\omega t + 2\varphi_u + \frac{\pi}{2})$$

a cărei valoare medie (puterea activă) este nulă.

Grafic, evoluțiile în timp ale tensiunii, curentului, puterii instantanee şi a puterii active absorbite de un condensator, sunt reprezentate în figura de mai jos, în care s-a considerat $\varphi_u = 0$.

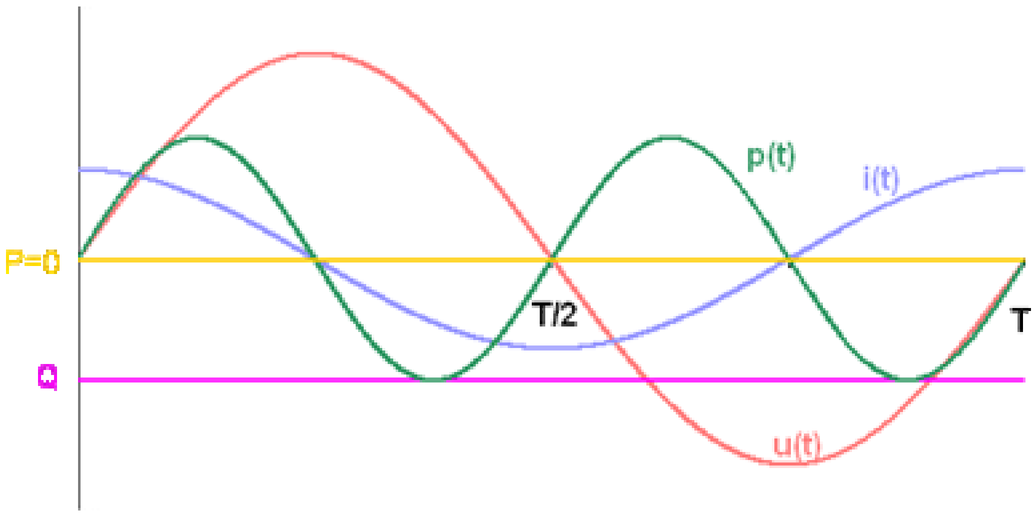


Figura 7 - $u(t)$, $i(t)$, $p(t)$, P şi Q absorbite de un condensator

Cum, în cazul unui condensator, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, rezultă:

$$\underline{S} = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = 0 - jU_{ef} \cdot I_{ef}$$

$$P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = 0$$

$$Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\} = -U_{ef}\ I_{ef}$$

$$fp = \frac{P}{S} = 0$$

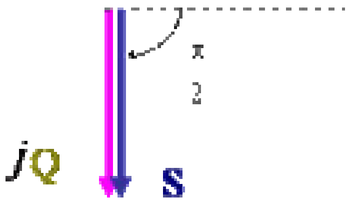


Figura 8 - Diagrama fazorială a puterilor absorbite de un condensator

Deoarece s-a considerat convenția de receptor pentru un dipol, se poate concluziona că, un condensator, absoarbe putere reactivă negativă (numeric egală cu puterea aparentă), ceea ce înseamnă că un condensator furnizează putere reactivă. Un condensator nu absoarbe şi nu furnizează putere activă.

4. Puterea într-un circuit serie RL

Se consideră un circuit serie RL, alimentat de la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală, descrisă de $e(t) = \sqrt{2}\ E_{ef}\ \sin(\omega t)$.

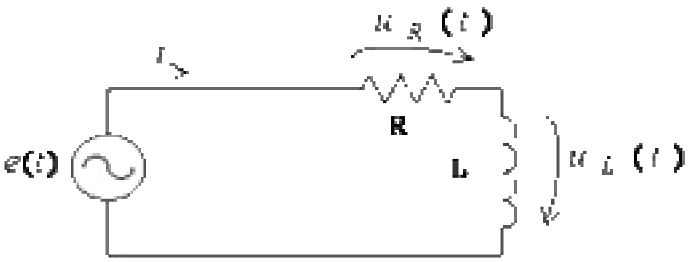


Figura 9 - Schema circuitului serie RL

Cunoscând valorile lui R şi L, să se determine (vezi Circuitul RL serie) expresiile impedanței totale a circuitului şi a curentului pe care îl absoarbe în regim permanent, considerând că faza inițială a amplitudinii complexe a tensiunii este nulă, respectiv $\underline{E} = \sqrt{2}\ E_{ef}\ e^{j0}$.

$$\underline{I}(t) = \frac{\sqrt{2}\ E_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\ e^{-j\varphi} = \sqrt{2}\ I_{ef}\ e^{-j\varphi} \qquad \text{cu} \qquad \varphi = \operatorname{arctan}\frac{\omega L}{R} \qquad \text{şi} \qquad 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

Puterea complexă a acestui circuit (care este puterea pe care sursa va trebui să o furnizeze pentru alimentarea circuitului), va fi dată de

$$\underline{S} = \underline{E}_{ef}\ (\underline{I}_{ef})^*$$

Ținând cont de expresiile amplitudinilor complexe ale tensiunii şi curentului, puterea complexă rezultă:

$$\bar{S} = (E_{ef}\, e^{j0})\,(I_{ef}\, e^{-j\varphi})^* = E_{ef}\, I_{ef}\, e^{j\varphi}$$

Puterile activă, reactivă şi aparentă sunt:

$$P = E_{ef} I_{ef} \cos\varphi$$

$$Q = E_{ef} I_{ef} \sin\varphi$$

$$S = E_{ef} I_{ef}$$

Cum $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, rezultă că toate aceste puteri au valori pozitive.

Cunoscând amplitudinile complexe ale tensiunilor la bornele elementelor, $\bar{U}_R$ şi $\bar{U}_L$ (vezi Circuitul RL serie), se pot calcula puterile în fiecare din elementele circuitului (elementul R şi elementul L).

Ştiind că $\bar{U}_R = \frac{\sqrt{2}\, R\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{-j\varphi} = \sqrt{2}\, U_{R\,ef}\, e^{-j\varphi}$, puterea complexă asociată rezistenței este:

$$\bar{S}_R = \left(\frac{R\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{-j\varphi}\right)(I_{ef}\, e^{-j\varphi})^* = E_{ef}\, I_{ef}\, \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{j0}$$

Cum $\frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \cos\varphi$ (vezi Figura 2 din Circuitul RL serie), se obține:

$$\bar{S}_R = E_{ef}\, I_{ef}\, \cos\varphi = P$$

Aceasta înseamnă că **puterea activă** din circuit este **asociată prezenței unei rezistențe**.

În mod similar, pentru bobină avem

$$\bar{U}_L = \frac{\sqrt{2}\, \omega L\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{-j\varphi + \frac{\pi}{2}} = \sqrt{2}\, U_{L\,ef}\, e^{-j\varphi + \frac{\pi}{2}}$$

.

Rezultă că puterea complexă asociată bobinei este:

$$\bar{S}_L = \left(\frac{\omega L\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{-j\varphi + \frac{\pi}{2}}\right)(I_{ef}\, e^{-j\varphi})^* = E_{ef}\, I_{ef}\, \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Cum $\frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \sin\varphi$ (vezi Figura 2 din Circuitul RL serie), se obține:

$$\bar{S}_L = E_{ef} I_{ef} \sin\varphi = Q$$

Aceasta înseamnă că **puterea reactivă** din circuit este **asociată prezenței bobinei**.

Cum într-un **circuit serie RL** $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, rezultă că, impedanța complexă este reprezentată de vector aflat în cadranul I, iar **puterea activă ia valori pozitive**; circuitul consumă energie reactivă de la sursa de tensiune.

5. Puterea într-un circuit serie RC

Se consideră un circuit serie RC, alimentat de la o sursă de tensiune alternativă sinusoidală, descrisă de $e(t) = \sqrt{2}\, E_{ef} \sin(\omega t)$

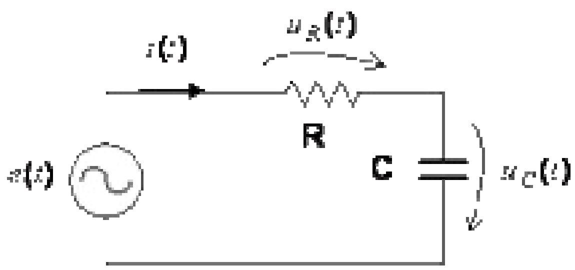


Figura 10 - Schema circuitului serie RC

Cunoscând valorile lui R şi C, să se determine (vezi Circuitul RC serie) expresiile impedanței totale a circuitului şi a curentului pe care îl absoarbe în regim permanent, considerând că faza inițială a amplitudinii complexe a tensiunii este nulă, respectiv, $\bar{E} = \sqrt{2}\, E_{ef}\, e^{j0}$.

$$\bar{I}(t) = \frac{\sqrt{2}\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\varphi} = \sqrt{2}\, I_{ef}\, e^{-j\varphi} \quad \text{cu} \quad \varphi = \arctan\frac{1}{\omega RC} \quad \text{şi} \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$$

Puterea complexă a acestui circuit (care este puterea pe care sursa va trebui să o furnizeze pentru alimentarea circuitului), va fi dată de

$$\bar{S} = \bar{E}_{ef}\, (\bar{I}_{ef})^*$$

Ținând cont de expresiile amplitudinilor complexe ale tensiunii şi curentului, puterea complexă rezultă:

$$\bar{S} = (E_{ef}\, e^{j0})\,(I_{ef}\, e^{-j\varphi})^* = E_{ef} I_{ef}\, e^{j\varphi}$$

Puterile activă, reactivă şi aparentă sunt:

$$P = E_{ef} I_{ef} \cos\varphi$$

$$Q = E_{ef} I_{ef} \sin\varphi$$

$$S = E_{ef} I_{ef}$$

Cum $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$, puterile P şi S iau valori pozitive, dar puterea Q **ia doar valori negative**.

Cunoscând amplitudinile complexe ale tensiunilor la bornele elementelor, $\bar{U}_R$ şi $\bar{U}_C$ (vezi Circuitul RC serie), se pot calcula puterile în fiecare din elementele circuitului (elementul R şi elementul C).

Ştiind că $\bar{U}_R = \frac{\sqrt{2}\, R\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\varphi} = \sqrt{2}\, U_{R\,ef}\, e^{-j\varphi}$, puterea complexă asociată rezistenței este:

$$\bar{S}_R = \left(\frac{R\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\varphi}\right)\left(I_{ef}\, e^{-j\varphi}\right)^* = E_{ef}\, I_{ef}\, \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{j0}$$

Cum $\frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} = \cos\varphi$ (vezi Figura 5 din Circuitul RC serie), se obține:

$$\bar{S}_R = E_{ef}\, I_{ef} \cos\varphi = P$$

Aceasta înseamnă că **puterea activă** din circuit este **asociată prezenței unei rezistențe**.

În mod similar, pentru condensator avem:

$$\bar{U}_C = \frac{1}{\omega C} \frac{\sqrt{2}\, E_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\varphi - \frac{\pi}{2}} = \sqrt{2}\, U_{C\,ef}\, e^{-j\varphi - \frac{\pi}{2}}$$

Rezultă că puterea complexă asociată condensatorului este:

$$\bar{S}_C = \left(\frac{1}{\omega C} \frac{E_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\varphi - \frac{\pi}{2}}\right)\left(I_{ef}\, e^{-j\varphi}\right)^* = E_{ef}\, I_{ef}\, \frac{1}{\omega C} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Cum $\frac{1}{\omega C}\frac{1}{\sqrt{R^2+\frac{1}{(\omega C)^2}}}=\sin\psi$ (vezi Figura 5 din Circuitul RC serie), se obține:

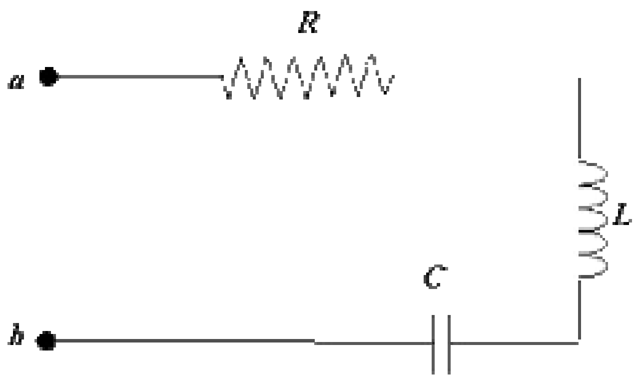
$$\overline{S}_C = E_{ef}\, I_{ef}\, \sin\psi = Q$$

Aceasta înseamnă că **puterea reactivă** din circuit este **asociată prezenței condensatorului**.

Cum într-un **circuit serie RC** $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$, rezultă că, impedanța complexă este reprezentată de vector aflat în cadranul IV, iar **puterea activă ia valori negative**; circuitul furnizează energie reactivă sursei de tensiune.

Exerciții

1. Pentru circuitul reprezentat în figura de mai jos, în care R = 1 Ω, C = 100 mF şi f = 50Hz, determinați valoarea inductanței L, astfel încât energia reactivă absorbită de circuit să fie nulă.



Răspuns >>

Pentru ca energia reactivă să fie nulă, circuitul va trebui să fie, văzut de la bornele sale, echivalent cu o rezistență.

Cum avem un circuit serie RLC, impedanța totală echivalentă este:

$$\overline{Z}_T = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Pentru ca circuitul să se comporte ca o rezistență, va trebui ca:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

Înlocuind valorile se obține:

$$L = \frac{1}{(2\pi 50)^2 \times 100 \times 10^{-3}} = 101 \times 10^{-6} = 101\ \mu H$$

2. Considerând un circuit alimentat de la rețeaua monofazată (230 V, 50 Hz), a cărui impedanță complexă este dată de $\overline{Z}_T = 10 e^{j30}$, determinați puterile activă, reactivă, complexă şi aparentă absorbite.

Răspuns >>

Ştiind impedanța complexă a circuitului $\overline{Z}_T = 10 e^{j30}$, amplitudinea complexă a curentului (valoarea eficace) absorbit din sursă va fi:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_T} = \frac{230\, e^{j0}}{10\, e^{j30}} = 23\, e^{-j30}\ A$$

Odată determinat curentul, puterile absorbite vor fi:

Puterea complexă $\overline{S} = \overline{V}\, \overline{I}^* = 230\, e^{j0} \cdot 23\, e^{j30} = 5\,290\, e^{j30}\ VA$

Puterea activă $P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} = 5\,290 \cos 30 \approx 4\,581\, W$

Puterea reactivă $Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} = 5\,290 \sin 30 = 2\,645\, VAR$

Puterea aparentă $S = |\overline{S}| = 5\,290\ VA$

Deoarece impedanța complexă a circuitului este reprezentată de un număr complex situat în cadranul I al planului complex, circuitul are un caracter rezistiv şi inductiv, ceea ce înseamnă că, în conformitate cu convenția de semne, el consumă energie activă şi reactivă.

3. Cunoscând tensiunea la bornele unui circuit, dată de $u(t) = 40 \sin(\omega t + 30)$ şi curentul pe care acesta îl absoarbe, $i(t) = 10 \sin(\omega t + 60)$, determinați puterile absorbite de circuit.

Răspuns >>

Ca amplitudini complexe, tensiunea şi curentul se pot reprezenta prin:

$$\overline{U} = \sqrt{2}\,\frac{40}{\sqrt{2}}\,e^{j30} \qquad \text{şi} \qquad \overline{I} = \sqrt{2}\,\frac{10}{\sqrt{2}}\,e^{j60}$$

în care se evidențiază valorile eficace ale mărimilor.

Ştiind că puterea complexă este dată de:

$$\overline{S} = \overline{U}_{ef}\, \overline{I}_{ef}^*$$

în care $\overline{I}_{ef}^*$ reprezintă complex-conjugatul curentului $\overline{I}_{ef}$, obținându-se:

$$\overline{S} = \frac{40}{\sqrt{2}} e^{j30} \left(\frac{10}{\sqrt{2}} e^{j60} \right)^{*} = 200 e^{j(30-60)} = 200 e^{-j30}\ VA$$

Puterea activă va fi $P = \mathrm{Re}\left\{\overline{S}\right\} = 200\cos(-30) = 173\ W$,

iar puterea reactivă va fi $Q = \mathrm{Im}\left\{\overline{S}\right\} = 200\sin(-30) = -100\ VAR$

Deoarece puterea reactivă este negativă, în conformitate cu convenția de semne, rezultă că circuitul furnizează energie reactivă. Într-adevăr, ținând cont de expresiile tensiunii şi curentului, se observă că tensiunea este în urma curentului, ceea ce este caracteristic circuitelor cu caracter capacitiv.