©www.e-lee.net

e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Teoremele lui Kirchhoff

Tematica: *Circuite electrice*
→ ***Capitol:*** *Teoria circuitelor*
→ ***Secțiunea:***

***Tip resursă*:** ☒ *Expunere* ☐ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

În această lecție se vor prezente noțiunile de “nod şi “ochi” ale unui circuit electric. Se vor enunța teoremele lui Kirchhoff, Teorema I şi Teorema a II-a, ale căror expresii se vor utiliza, împreună cu relațiile caracteristice ale elementelor, pentru determinarea diferitelor tensiuni şi curenți din circuit. Pe baza teoremelor lui Kirchhoff, se vor defini conexiunea serie şi conexiunea paralel a doi dipoli.

- cunoştințe anterioare necesare: Noțiunea de dipol
- nivel: 1 – introductiv
- durata estimată: 30 minute
- autor: Maria José Resende
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Sergiu Ivanov

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunității Europene. Documentul de față nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

1. Introducere

Un circuit este, de obicei, format din diferite elemente conectate între ele, astfel încât să existe una sau mai multe căi de închidere a curentului electric.

Se va considera circuitul din figura 1, format dintr-o sursă şi 3 elemente.

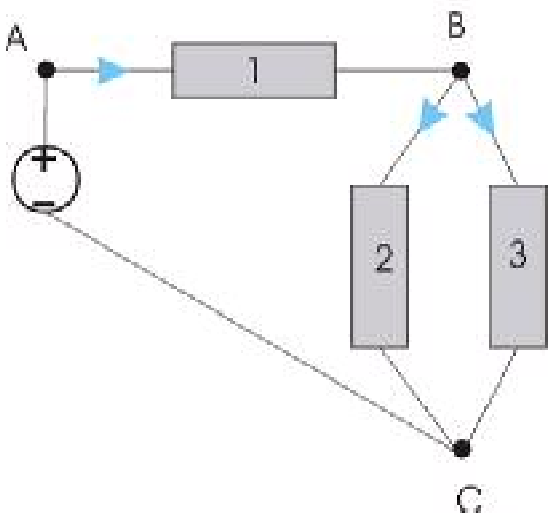


Figura 1 – Circuit cu o sursă şi 3 elemente

Pentru realizarea acestui circuit, au fost efectuate câteva conexiuni între bornele elementelor; aceste conexiuni se numesc "**noduri**". Astfel, avem:

- una din bornele sursei a fost conectată cu una din bornele elementului 1 (nodul A)
- cealaltă bornă a elementului 1 a fost conectată cu una din bornele elementului 2 şi cu una din bornele elementului 3 (nodul B)
- în final, celelalte borne ale elementelor 2 şi 3, se conectează cu borna liberă a sursei, închizându-se circuitul (nodul C)

Schematic, un circuit poate fi reprezentat sub forma din figura următoare:

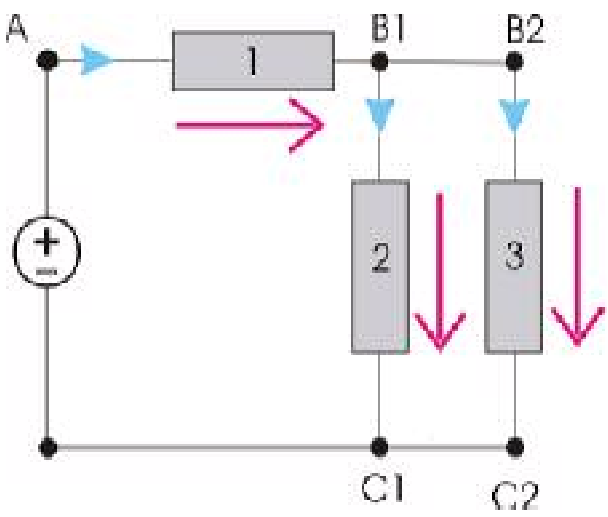


Figura 2 – Circuitul din figura 1, redesenat

Din punctul de vedere al reprezentării, nodul B a fost “divizat” în nodurile B1 şi B2; deoarece potenţialul unui punct este unic, diferenţa de potenţial între B1 şi B2 este nulă; este ca şi cum, un conductor perfect ar conecta cele două puncte. Astfel, punctele B1 şi B2 constituie un singur nod. Un raţionament identic se poate aplica şi nodului C. Circuitul are, aşadar, 3 noduri: A, B şi C.

Parcurgând nodurile, se pot identifica circuite prin care curentul poate circula; acestea se numesc “**ochiuri**”.

Circuitul considerat, are 3 ochiuri, cum se observă în figura următoare.

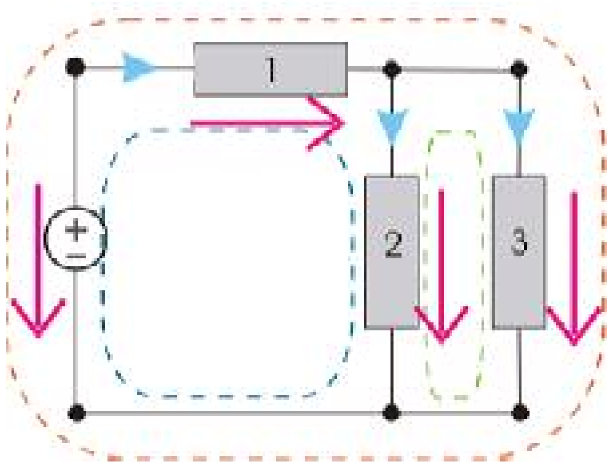


Figura 3 – Identificarea ochiurilor circuitului din Figura 1

- un ochi, reprezentat cu roşu, care se închide prin elementul 1, apoi elementul 3 şi în final prin sursă;
- un ochi, reprezentat cu albastru, ce trece prin elementul 1, apoi elementul 2 şi se închide prin sursă;
- în sfârşit, un ochi, reprezentat cu verde, ce trece prin elementul 3 şi se închide prin elementul 2.

Oricare dintre acestea poate fi parcurs de un curent electric.

2. Teorema I a lui Kirchhoff (Legea nodurilor)

Chiar dacă se cunosc toate elementele ce formează un circuit şi ecuaţiile caracteristice corespunzătoare, (Componente elementare), nu este posibil să se determine totalitatea tensiunilor şi curenţilor din circuit. Este necesar să se cunoască cele două teoreme importante, cunoscute ca Teoremele lui Kirchhoff.

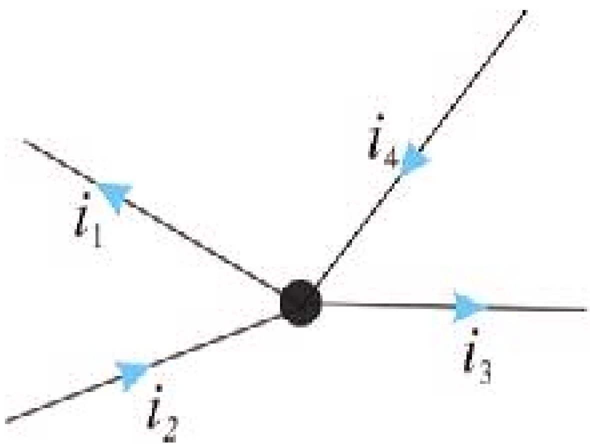


Figura 4 – Explicativă pentru Teorema I (Legea nodurilor)

Conform Teoremei I, în orice moment, suma algebrică a curenților ce intră sau ies dintr-un nod, este nulă.

$$\sum i_k = 0$$

Pentru curenții reprezentați în Figura 4, Teorema I conduce la ecuația:

$$-i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$$

De notat faptul că ˙ şi i_3 s-au considerat cu semn negativ, deoarece, s-a ales acelaşi sens de referință pentru curenții care intră şi ies din nod. Cu alte cuvinte, suma curenților care "intră" în nod este egală cu suma celor ce "ies" din nod.

Astfel, dacă suma curenților ce intră în nod este egală cu suma celor ce ies, nodul nu poate acumula sarcină electrică. Altfel spus, un nod este perfect conductor, fără posibilitatea acumulării de sarcină electrică.

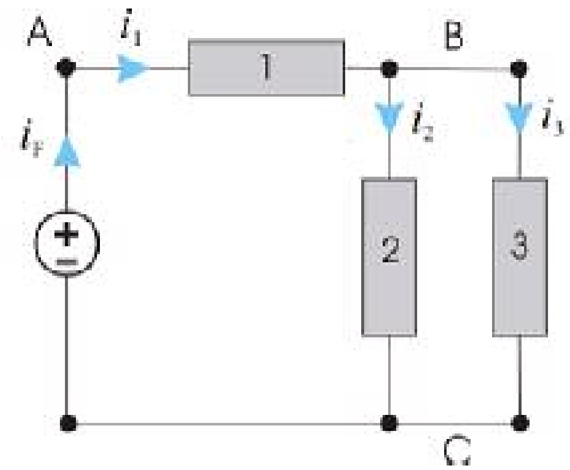


Figura 5 – Curenții din circuit

Pentru circuitul reprezentat în figura de mai sus, aplicarea Teoremei I conduce la:

- în nodul A $i_F - i_1 = 0$
- în nodul B $i_1 - i_2 - i_3 = 0$
- în nodul C $-i_F + i_2 + i_3 = 0$

Dintre aceste 3 ecuații, doar două sunt liniar independente.

Generalizând pentru un circuit cu *N* noduri, Teorema I a lui Kirchhoff, permite obținerea a $N-1$ ecuații liniar independente.

Prima ecuație ne permite să afirmăm că i_F, curentul ce iese din sursă, este egal cu cel care intră în elementul 1; cu alte cuvinte, sursa şi elementul 1 sunt parcurse de acelaşi curent. În această situație, se spune că sursa şi elementul 1 sunt conectate **în serie**.

3. Teorema a II-a a lui Kirchhoff (Legea ochiurilor)

Conform Teoremei a II-a a lui Kirchoff (Legii ochiurilor), în orice moment, suma algebrică a tensiunilor de-a lungul oricărui ochi de circuit, este nulă.

$$\sum u_v = 0$$

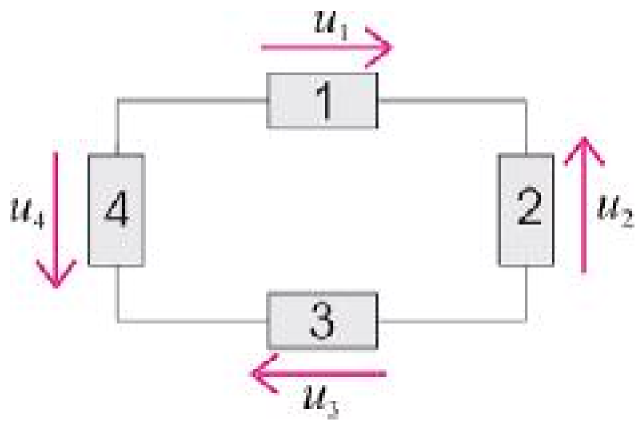


Figura 6 – Explicativă pentru Teorema a II-a (Legea ochiurilor)

Cu sensurile de referință specificate în figura de mai sus şi parcurgând ochiul în sensul acelor de ceasornic, Teorema a II-a a lui Kirchhoff conduce la ecuația:

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 = 0$$

De notat faptul că, tensiunile u_2 şi u_4 au fost considerate cu semn negativ, deoarece sensurile lor de referință, sunt opuse sensului de parcurgere a ochiului. Indiferent de sensul de parcurgere a ochiului (în sens orar sau trigonometric), se vor obține ecuații de tensiuni absolut echivalente.

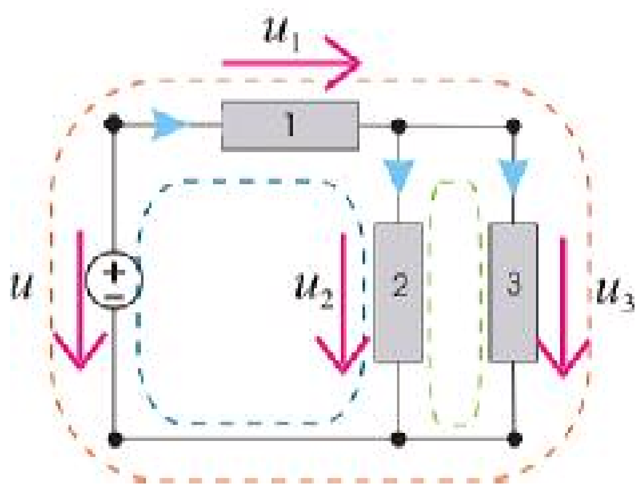


Figura 7 – Ochiurile circuitului

Faptul că suma tensiunilor de-a lungul ochiului este nulă, este echivalent cu a spune că lucrul necesar dislocării sarcinii în lungul ochiului, este nul. Din acest motiv, se poate considera că sistemul este conservativ.

Pentru circuitul din Figura 7, aplicarea Teoremei a II-a a lui Kirchhoff, conduce la:

- pe ochiul indicat cu linie roşie, parcurs în sens orar $u_1 + u_3 - u = 0$
- pe ochiul indicat cu linie albastră, parcurs în sens orar $u_1 + u_2 - u = 0$
- pe ochiul indicat cu linie verde, parcurs în sens orar $u_3 - u_2 = 0$

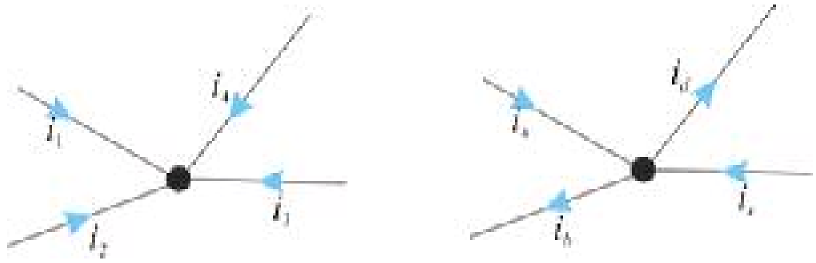
Din cele 3 ecuații, doar două sunt liniar independente.

Generalizând pentru M ochiuri de circuit, Teorema a II-a a lui Kirchhoff permite obținerea a $M-1$ ecuații liniar independente.

Ultima ecuație ne permite să afirmăm că, tensiunea între bornele elementului 2 este egală cu cea dintre bornele elementului 3; cu alte cuvinte, tensiunile între bornele celor două elemente, sunt identice. În această situație, se spune despre cele două elemente că sunt conectate **în paralel**.

Exerciții

1. Fie cele două situații de mai jos, în care curenții sunt fie numerotați, fie notați cu indici alfabetici; determinați curenții i_a, i_b, i_c, i_d în funcție de i_1, i_2, i_3, i_4 .

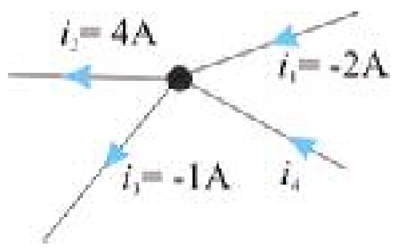


Răspuns >>

Observându-se cele două figuri, se obține:

$i_a = i_1, i_b = -i_2, i_c = i_3, i_d = -i_4$

Aplicând Teorema I a lui Kirchhoff, determinați valoarea curentului i_4 .



Răspuns >>

Aplicând Teorema I a lui Kirchhoff, se obține:

$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$

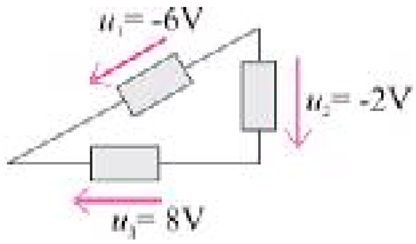
Înlocuind valorile, rezultă:

$(-2) - 4 - (-1) + i_4 = 0$,

de unde, valoarea curentului este:

$i_4 = 5A$

Considerând sensurile de referință și valorile indicate, verificați dacă tensiunile reprezentate în figura de mai jos, sunt în conformitate cu Teorema a II-a a lui Kirchhoff.



Răspuns >>

Aplicând Teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru sensurile reprezentate ale tensiunilor, se obține:

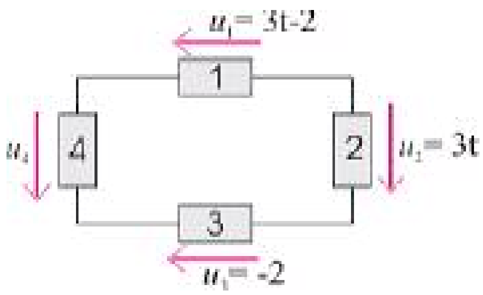
$-u_1+u_2+u_3=0$

Înlocuind valorile, rezultă:

$-(-6)+(-2)+8=0$,

ceea ce este fals.

Aplicând Teorema a II-a a lui Kirchhoff, determinați valoarea tensiunii u_4 .



Răspuns >>

Aplicând Teorema a II-a a lui Kirchhoff, se obține:

$-u_1+u_2+u_3-u_4=0$

Înlocuind valorile:

$-(3t-2)+3t+(-2)+u_4=0$

Rezultă că valoarea tensiunii este:

$u_4=0$
