e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Circuitos Eléctricos

Capítulo – Sistemas Trifásicos

POTÊNCIAS EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

INTRODUÇÃO

Nesta secção estudam-se as potências em jogo nos sistemas trifásicos tanto para o caso de cargas desequilibradas como de cargas equilibradas. Para esta última situação, particulariza-se o cálculo para ligação estrela e para ligação em triângulo, fazendo-se também uma comparação entre estas duas formas de ligação.

- Pré-requisitos: Ligação de Cargas
- Nivel : Bases de Engenharia Electrotécnica
- Duração estimada: 30 minutos
- Autor: Maria José Resende
- Realização : Sophie Labrique

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

1. CARGAS DESEQUILIBRADAS

Independentemente da forma de ligação da carga (estrela ou triângulo), se as amplitudes complexas (em valor eficaz) das tensões em cada uma das fases da carga forem designadas por:

$$\overline{U}_{F1}\,,\ \overline{U}_{F2} \text{ e } \overline{U}_{F3}$$

e a amplitude complexa (em valor eficaz) das correntes em cada uma das fases da carga forem designadas por:

$$\overline{I}_{F1}\,,\ \overline{I}_{F2} \text{ e } \overline{I}_{F3}$$

a potência complexa em cada uma das fases da carga será:

$$\overline{S}_{F1} = \overline{U}_{F1}\overline{I}_{F1}^{\;*} \qquad \overline{S}_{F2} = \overline{U}_{F2}\overline{I}_{F2}^{\;*} \qquad \overline{S}_{F3} = \overline{U}_{F3}\overline{I}_{F3}^{\;*}$$

uma vez que a carga trifásica pode ser vista como um conjunto de 3 cargas monofásicas. Recorda-se que a notação $\overline{I}^{\,*}$ designa a amplitude complexa conjugada de $\overline{I}$.

A potência complexa associada à carga trifásica, $\overline{S}$, será a soma das potências de cada uma das fases, pelo que se obtém:

$$\overline{S} = \overline{S}_{F1} + \overline{S}_{F2} + \overline{S}_{F3}$$

Para o caso de uma carga desequilibrada, o cálculo da potência trifásica terá se ser efectuado recorrendo ao cálculo da potência em cada uma das fases; para o caso de uma carga equilibrada, a expressão anterior pode ser particularizada, tal como se verá nas secções seguintes.

2. CARGAS EQUILIBRADAS

Se a carga trifásica for equilibrada, isto é, se

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = Z\, e^{j\varphi}$$

e se o sistema de tensões que a alimenta for equilibrado, isto é, amplitudes idênticas e iguais desfasamentos entre si, o resultante sistema de correntes também será equilibrado pelo que as correntes em cada fase da carga serão:

$$\overline{I}_{F1} = \overline{I}_{F2} = \overline{I}_{F3} = I\, e^{-j\varphi}$$

A potência complexa associada a cada uma das impedâncias da carga, $\overline{S}_F$, é igual para todas as impedâncias, pelo que às 3 impedâncias ficará associada a potência complexa:

$$\overline{S} = 3\,\overline{S}_F = 3\,\overline{U}_F\ \overline{I}_F^{\;*}$$

Relativamente às potências activa, P, e potência reactiva, Q, obtém-se:

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\ I_F\ \cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\ I_F\ \sin\varphi$$

A utilização das relações anteriores para o cálculo das potências, pressupõe ou o conhecimento dos valores numéricos das tensão e corrente na fase da carga, U_F, I_F e φ, ou o conhecimento da carga e da forma como ela está ligada (estrela ou triângulo) para que se possam calcular estes valores.

3. CARGAS EQUILIBRADAS LIGADAS EM ESTRELA

Particularizando o cálculo das potências associadas a uma carga equilibrada que está ligada em estrela, deduziu-se já na secção Ligação Estrela que neste caso

- a corrente na fase da carga é igual à corrente na linha $\overline{I}_F = \overline{I}_L$
- a tensão aplicada a cada fase da carga é uma tensão simples $U_F = U_S$

pelo que as expressões genéricas para cargas equilibradas

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\,\cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\,\sin\varphi$$

podem ser particularizadas para:

$$P = 3\,U_S\,I_L\,\cos\varphi \qquad Q = 3\,U_S\,I_L\,\sin\varphi$$

ou ainda, atendendo à relação $U_C = \sqrt{3}\,U_S$ entre tensão simples e tensão composta (ver Tensões Simples e Compostas):

$$P = \sqrt{3}\,U_C\,I_L\,\cos\varphi \qquad Q = \sqrt{3}\,U_C\,I_L\,\sin\varphi$$

O cálculo da potência através destas relações, não necessita do conhecimento prévio da forma de ligação da carga pois o valor eficaz da tensão composta, U_C, apresenta um valor definido pela fonte de alimentação e o valor eficaz da corrente na linha, I_L, pode ser medido "no exterior" da instalação.

4. CARGAS EQUILIBRADAS LIGADAS EM TRIÂNGULO OU DELTA

Particularizando o cálculo das potências associadas a uma carga equilibrada que está ligada em triângulo, deduziu-se já na secção Ligação Triângulo que neste caso

- a amplitude da corrente na linha é igual a $\sqrt{3}$ amplitude da corrente na fase $I_L = \sqrt{3}\,I_F$
- a tensão aplicada a cada fase da carga é uma tensão composta $U_F = U_C$

pelo que as expressões genéricas para cargas equilibradas

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\,\cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\,\sin\varphi$$

podem ser particularizadas para:

$$P = 3\,U_C\,\frac{I_L}{\sqrt{3}}\,\cos\varphi \qquad Q = 3\,U_C\,\frac{I_L}{\sqrt{3}}\,\sin\varphi$$

ou ainda:

$$P = \sqrt{3}\,U_C\,I_L\,\cos\varphi \qquad Q = \sqrt{3}\,U_C\,I_L\,\sin\varphi$$

O cálculo da potência através destas relações, não necessita do conhecimento prévio da forma de ligação da carga pois o valor eficaz da tensão composta, U_C, apresenta um valor definido pela rede de alimentação e o valor eficaz da corrente na linha, I_L, pode ser medido "no exterior" da instalação.

5. COMPARAÇÃO ENTRE CARGAS EM ESTRELA E EM TRIÂNGULO

O facto de nas duas secções anteriores, Cargas Equilibradas Ligadas em Estrela e Cargas Equilibradas Ligadas em Triângulo, se terem deduzido as mesmas expressões:

$$P = \sqrt{3}\, U_C\, I_L\, \cos\varphi \qquad\qquad Q = \sqrt{3}\, U_C\, I_L\, \sin\varphi$$

nos dois casos, NÃO pode induzir o ERRO de dizer "Independentemente da forma de ligação, a carga consome sempre o mesmo!"

O que será CORRECTO concluir é que: "Quer a carga esteja ligada em estrela, quer esteja em triângulo, as EXPRESSÕES para o cálculo das potências são as mesmas".

A diferença entre as duas expressões anteriores ficará mais clara, com o cálculo da corrente na linha quando a **mesma** carga equilibrada, $Z\, e^{j\varphi}$, é ligada em estrela ou em triângulo.

Designar-se-á, respectivamente, por I_{LY} e I_{FY} as correntes na linha e na fase da carga associada à ligação estrela e por $I_{L\Delta}$ e $I_{F\Delta}$ as correntes na linha e na fase associadas à ligação triângulo.

Em cada um dos tipos de ligação, as tensões aplicadas a cada fase da carga são:

ESTRELA	TRIÂNGULO
$U_{FY} = U_S$	$U_{F\Delta} = U_C$

a corrente na fase da carga será a respectiva tensão a dividir pela impedância (igual nos dois casos), pelo que se obtém:

ESTRELA	TRIÂNGULO
$I_{FY} = \dfrac{U_S}{Z}$	$I_{F\Delta} = \dfrac{U_C}{Z}$

ou ainda, atendendo à relação $U_C = \sqrt{3}\, U_S$ entre tensão simples e tensão composta (ver Tensões Simples e Compostas):

ESTRELA	TRIÂNGULO
$I_{FY} = \dfrac{U_S}{Z}$	$I_{F\Delta} = \dfrac{\sqrt{3}\, U_S}{Z}$

expressões das quais se pode já concluir que:

$$I_{F\Delta} = \sqrt{3}\, I_{FY}$$

Como as relações entre correntes na linha e na fase para os dois tipos de ligação são (ver, Cargas Equilibradas Ligadas em Estrela e Cargas Equilibradas Ligadas em Triângulo):

$I_{LY} = I_{FY}$ para a ligação estrela e $I_{L\Delta} = \sqrt{3}\ I_{F\Delta}$, o conjunto de expressões anteriores pode escrever-se na forma:

ESTRELA	TRIÂNGULO
$I_{LY} = \dfrac{U_S}{Z}$	$\dfrac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}\,U_S}{Z}$

ou

ESTRELA	TRIÂNGULO
$I_{LY} = \dfrac{U_S}{Z}$	$I_{L\Delta} = 3\dfrac{U_S}{Z}$

concluindo que, a corrente na linha quando uma carga é ligada em triângulo é 3 vezes superior à corrente na linha quando essa **mesma carga** é ligada em estrela.

$$I_{L\Delta} = 3\ I_{LY}$$

Como o valor da tensão composta não depende da forma de ligação, das expressões genéricas,

$$P = \sqrt{3}\ U_C\ I_L\ \cos\varphi \qquad\qquad Q = \sqrt{3}\ U_C\ I_L\ \sin\varphi$$

conclui-se que, para uma mesma carga se tem:

$$P_\Delta = 3\ P_Y \quad \text{e} \quad Q_\Delta = 3\ Q_Y$$

isto é, as potências associadas a uma carga ligada em triângulo são 3 vezes superiores às potências associadas a essa **mesma carga** quando ligada em estrela.

EXERCÍCIO 1

Duas cargas de igual factor de potência, uma ligada em estrela e outra ligada em triângulo, absorvem da rede uma potência reactiva *Q*. Mostre, analiticamente, a relação entre as suas impedâncias.

Resposta>>

Para qualquer uma das ligações, a impedância de cada fase da carga é:

$$Z = \frac{U_F}{I_F}$$

Relativamente à ligação em estrela tem-se:

$$U_{FY} = U_S \quad \text{e} \quad I_{FY} = I_{LY}$$

o que permite escrever:

$$Z_Y = \frac{U_{FY}}{I_{FY}} = \frac{U_S}{I_{LY}} \qquad (1)$$

Relativamente à ligação em triângulo tem-se:

$$U_{F\Delta} = U_C = \sqrt{3} \times U_S \quad \text{e} \quad I_{F\Delta} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}}$$

o que permite escrever:

$$Z_{\Delta} = \frac{U_{F\Delta}}{I_{F\Delta}} = \frac{\sqrt{3} \times U_S}{\frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}}} = 3\frac{U_S}{I_{L\Delta}} \qquad (2)$$

Como as duas cargas consomem a mesma potência reactiva:

$$Q_Y = Q_{\Delta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, U_C \;\, I_{LY} \, \sin\varphi = \sqrt{3}\, U_C \;\, I_{L\Delta} \, \sin\varphi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow I_{LY} = I_{L\Delta}$$

Esta relação entre as correntes na linha, substituída em (2) e comparando o resultado com (1), permite concluir que:

$$Z_{\Delta} = 3 Z_Y$$

EXERCÍCIO 2

Numa carga ligada em estrela, as amplitudes complexas das correntes em cada uma das linhas são:

$$\overline{I}_{L1} = I\, e^{j0} \qquad \overline{I}_{L2} = I\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \overline{I}_{L3} = I\, e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad (1)$$

Determine as potências activa e reactiva absorvidas pela carga

Resposta>>

Numa carga ligada em estrela, tem-se sempre:

$$\overline{I}_{LY} = \overline{I}_{FY} \qquad \text{e} \qquad U_F = U_S$$

Pelo que as correntes nas fases da carga são:

$$\overline{I}_{F1} = I\, e^{j0} \qquad \overline{I}_{F2} = I\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \overline{I}_{F3} = I\, e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad (1)$$

e as tensões nas fases da carga, admitindo que o sistema de tensões que a alimenta é equilibrado, são:

$$\overline{U}_{F1} = U_S\, e^{j0} \qquad \overline{U}_{F2} = U_S\, e^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \overline{U}_{F3} = U_S\, e^{-j\frac{4\pi}{3}} \qquad (2)$$

Como a potência complexa associada a cada fase é sempre:

$$\overline{S} = \overline{U}_F \left(\overline{I}_F\right)^*$$

obtém-se, através de (1) e (2):

$$\overline{S}_{F1} = U_S I\, e^{j0} \qquad \overline{S}_{F2} = U_S I\, e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \overline{S}_{F3} = U_S I\, e^{-j\frac{11\pi}{6}} = U_S I\, e^{j\frac{\pi}{6}} \qquad (3)$$

Como a potência complexa se relaciona com as potências activa e reactiva através de:

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} \qquad (4)$$

De (3) e (4) obtém-se:

$$P_{F1} = U_S I \, e^{j0} \qquad P_{F2} = U_S I \, \cos\frac{\pi}{6} \qquad P_{F3} = U_S I \, \cos\frac{\pi}{6} \qquad (3)$$

e

$$Q_{F1} = 0 \qquad Q_{F2} = -U_S I \, \sin\frac{\pi}{6} \qquad Q_{F3} = U_S I \, \sin\frac{\pi}{6} \qquad (3)$$

Os resultados obtidos são concordantes com os do exercício da secção Ligação de cargas;

- tendo a impedância da fase 1 um carácter resistivo puro, consome apenas potência activa;
- tendo a impedância da fase 2 um carácter resistivo e capacitivo, consome potência activa e fornece reactiva;
- tendo a impedância da fase 3 um carácter resistivo e indutivo, consome potência activa e reactiva.

As potências absorvidas pela carga trifásica serão;

$$P = P_{F1} + P_{F2} + P_{F3} = U_S I \left(1 + 2\cos\frac{\pi}{6}\right)$$

e

$$Q = Q_{F1} + Q_{F2} + Q_{F3} = 0$$

A potência absorvida pela carga indutiva da fase 3 é fornecida pela carga capacitiva da fase 2.